

#### Matemática - Módulo 2

https://www.canva.com/design/DAEgbC1NAWc/wuETRhIRP34AeNGgmWkd2Q/view?utm\_content=DAEgbC1NAWc&utm\_campaign=designshare&utm\_medium=link2&utm\_source=sharebutton

Los problemas geométricos: sus propósitos y formas de validación.

Agenda del encuentro (120 min)

Primer momento: Ojeamos lo hecho. (15 min)

Segundo momento: La exploración, la conjetura, la argumentación y la validación en la clase de Geometría

(40 min)

Recreo (10 min)

Reactivamos las Neuronas

Tercer momento: Una posible tarea para el aula. (40 min)

Cuarto momento: Que aprendimos hoy(15 min)

Quinto momento: Actividades y acuerdos para el próximo encuentro

#### Contenidos

- Resolución de problemas en geometría. Diferentes tipos de actividad que se plantea en los problemas geométricos.
- Gestión de la clase. Validación y trabajo argumentativo en la clase de geometría. Puesta en común y reflexión.
- El rol de los instrumentos de geometría en la resolución de problemas.
- El uso del Geogebra en la clase de Geometría: sus potencialidades y sus limitaciones.

#### Objetivos

- Reflexionar y seguir construyendo entre colegas el rol del referente de matemática en la escuela.
- Ampliar la mirada sobre la enseñanza de la Geometría.
- Repensar la gestión de la clase en pos de favorecer el trabajo argumentativo.
- Incluir herramientas informáticas a la clase de Geometría.

#### Propuesta de trabajo

Primer momento: Ojeamos lo hecho. (15 min)

#### https://padlet.com/majo\_caffe/qgz43yqw8s0gglm5

Se realizará una evocación de lo trabajado en el encuentro anterior para darle continuidad a la tarea a través de un Padlet. Los docentes referentes comentarán brevemente su experiencia y se leerán entre todos, dejando la posibilidad abierta de seguir analizando las respuestas. Será importante que estas ideas e intercambio surjan de los referentes ya que nos permitirá evaluar la interpretación y percepción de los docentes acerca de lo propuesto.

Pensamos las siguientes preguntas:

¿Compartieron en la escuela con el equipo directivo la experiencia del encuentro y tuvieron el espacio necesario para comunicarle a sus colegas las intenciones del Programa?

¿Qué percepción tienen de la aceptación del Programa en el colectivo docente?





Segundo momento: (40 min)

Actividad: le proponemos la siguiente tarea (7 min)CUENTA REGRESIVA Construyan un cuadrado

- a. En hoja cuadriculada usando solamente regla
- b. En hoja lisa usando solamente una escuadra y una regla.
- c. En hoja lisa usando solamente un transportador y una regla.
- d. En hoja lisa usando solamente un compás y una regla no graduada.

secundaria: https://padlet.com/majo\_caffe/mt92kf5lkmlri525

Breve mediación sobre uso de Geogebra: VIDEO

https://drive.google.com/file/d/1p4Zjp1w3j-ITjKxV2i5YU0DJYpkvhUmg/view?usp=sharing

e. En Geogebra, sin utilizar el comando polígono regular de forma tal que al mover los puntos libres no se "desarme".

Trabajo en salas para reflexionar sobre las siguientes preguntas: (10 minutos)

- f. ¿En qué se diferencian cada una de las construcciones anteriores? ¿Por qué piensan que se fue cambiando el tipo de papel y los instrumentos de construcción permitidos?
- g. Luego, comparen las validaciones que realizaron en papel (geometría estática) con la hecha con Geogebra (geometría dinámica).

Compartir en el chat: <a href="https://www.geogebra.org/classic/rtus68ed">https://www.geogebra.org/classic/rtus68ed</a>

#### Puesta en común:

En esta secuencia de actividades podemos observar el papel que juegan las construcciones desde primer grado hasta el secundario.

En a) los niños pueden dibujar un cuadrado, con la ayuda del papel cuadriculado. El conteo de los cuadraditos que tiene cada lado, permitirá progresivamente, concluir que todos los lados tienen la misma cantidad de cuadraditos, es decir que son iguales.

En b), el uso de la hoja lisa, no permite usar la estrategia anterior, pero, el uso de la escuadra, permitirá la construcción del ángulo recto, sin necesidad de saber que mide 90°.

En c) aparece un instrumento que sirve para medir ángulos y, donde se hace necesario saber que un ángulo recto mide 90°.

En d) https://decagono.com/cuadrado-construccion.php

#### **PUESTA EN COMÚN**





En esta secuencia de actividades podemos observar el papel que juegan las construcciones desde primer grado hasta el secundario.

En a) los niños pueden dibujar un cuadrado, con la ayuda del papel cuadriculado. El conteo de los cuadraditos que tiene cada lado, permitirá progresivamente, concluir que todos los lados tienen la misma cantidad de cuadraditos, es decir que son iguales.

En b), el uso de la hoja lisa, no permite usar la estrategia anterior, pero, el uso de la escuadra, permitirá la construcción del ángulo recto, sin necesidad de saber que mide 90°.

En c) aparece un instrumento que sirve para medir ángulos y, donde se hace necesario saber que un ángulo recto mide 90°.

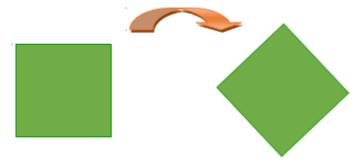
En d) https://decagono.com/cuadrado-construccion.php

Existe un juego, durante los primeros años, donde las características de figuras y cuerpos se combinan con problemas de medida, de manera que se van conceptualizando los objetos geométricos. De forma progresiva, las características de figuras y cuerpos van tomando forma de propiedades que luego, permiten combinarlas y hacer efectivamente trabajo geométrico con los objetos geométricos.

Sería interesante **en secundaria** ahondar un poquito en ese trabajo y el algebraico.

Las competencias y habilidades se van complejizando, y dan lugar a un trabajo geométrico donde las fundamentaciones y argumentaciones no se realizan en forma empírica sino con el uso de axiomas y propiedades propias de la geometría.

Ese trabajo, que hemos resumido en cuatro actividades, lleva años de trabajo sostenido en la primaria, Actividades de mensajes (codificación y decodificación), juegos de pistas, incluso plegado de papeles, permitirán ir afianzando estas características e ir precisando el lenguaje necesario para comunicarse. De esta manera, se pueden evitar algunas concepciones que tienen los estudiantes, por ejemplo:



Generalmente, las figuras geométricas aparecen orientadas paralelamente al borde inferior de los libros, lo que promueve en los niños conceptualizaciones erróneas, al punto que sólo reconocen algunas figuras siempre y cuando se encuentren en la posición en que se ven en los libros. Esta situación, que es un obstáculo didáctico, lleva a que el rombo sea diferenciado del cuadrado por su ubicación con relación al borde del libro (el cuadrado siempre aparece con uno de los lados paralelo al borde inferior mientras que el rombo aparece colocado sobre uno de sus vértices)

Otro ejemplo son los triángulos

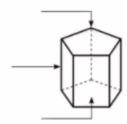


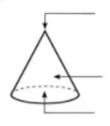




Muchos alumnos piensan que los triángulos solo tienen una altura sin considerar que los triángulos tienen tres alturas ya que cada altura corresponde a cada uno de los lados que se considere como base. En este momento, tendríamos que poner en evidencia, la importancia de tener claro algunas cosas, como la de incluir tareas que no sean ostensivas:

Opia en tu cuaderno y escribe el nombre de las partes señaladas.

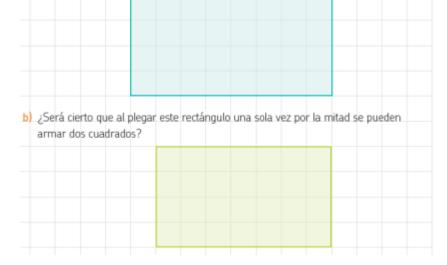




Marquen cuáles de estas características corresponden a este cuerpo.

- Tiene 7 caras.
- Tiene caras que son triángulos.
- Tiene 10 vértices.
- Las caras son todas iguales.
- Tiene 5 caras que son rectángulos.





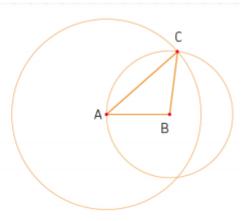




En la figura de la derecha se tienen estos datos:

- Radio de la circunferencia de centro A: 3 cm.
- Radio de la circunferencia de centro B: 2 cm.

Averiguá, sin medir, la longitud de los tres lados del triángulo ABC.



•

3. ¿Será cierto que se pueden construir por lo menos dos paralelog estos dos segmentos como diagonales? Justificá tu respuesta.	gramos diferentes que tengan
	Diagonal 1
	Diagonal 2

Acá podríamos mostrar el cuadro de las estrategias.

Consideramos importante revisar, en este momento algunas preguntas que suelen aparecer al planificar los saberes de geometría:

• ¿empezamos por figuras o cuerpos?

No hay evidencias de que debemos empezar por cuerpos y luego por figuras o, por figuras del plano y luego a figuras del espacio. Lo que si es importante es que en todos los años se trabajen tanto las figuras del plano como del espacio.

• ¿Que es más importante saber el nombre de los cuerpos o figuras o reconocer sus propiedades? En un primer momento no importa si los estudiantes saben o no los nombres de figuras o cuerpos. Es relevante que puedan darse cuenta de las características que tiene cada uno y que pueda analizar similitudes y diferencias con otros.

Los nombres empezarán poco a poco a tener sentido para los estudiantes y, en ellos se encerraran características propias de figuras y cuerpos. Por ejemplo, los estudiantes dan a este cuerpo el nombre de prisma de base cuadrada. Pero debe tener en cuenta que se tomó como base el cuadrado solo para darle un nombre a ese cuerpo. En realidad, la base será cualquier cara donde se apoye. Ser base solo es eventual, lo importante es la forma que toman esas caras.

La enseñanza de la geometría en nuestras escuelas se reduce a intentar que los estudiantes memoricen los nombres de las figuras, los mapas geométricos y las fórmulas que sirven para calcular áreas y volúmenes.

• ¿Poliedros y no poliedros? o ¿poliedros y redondos?

Se llaman poliedros a las figuras del espacio que tienen todas sus caras planas. Si "no" tienen todas sus caras planas, son "no poliedros".

Lo "redondo" no es una característica geométrica. Para un niño lo redondo puede tener distintas concepciones. Un anillo es redondo, una pelota es redonda, una moneda es redonda, la tapita de una botella





de gaseosa es redonda. Sin embargo, esas asociaciones o representaciones semióticas, se trasladan a circunferencias, esfera, círculo, cilindro, que representan objetos geométricos diferentes.

• ¿Igualdad o congruencia?

La igualdad es una relación que se da entre números. Así podemos decir que un segmento tiene la misma longitud que el otro. La congruencia es una relación que se da entre objetos geométricos (un segmento es congruente a otro si al superponerlos, todos sus puntos coinciden).

RECREO (5min)

PARA REACTIVAR LAS NEURONAS!!



#### **ENLACE VIDEO RESOLUCION**

https://drive.google.com/file/d/17EpaS0rbhf0gMZZWmTNoZATkZE9DyG8X/view?usp=sharing

Tercer momento: Una posible tarea para el aula. (10 minutos) para resolver individualmente

1) Dados dos puntos cualesquiera, construye con regla y compás una circunferencia que pasa por ambos puntos.

https://www.geogebra.org/classic/cwtqgve5







2) Dados dos puntos cualesquiera, construye con regla y compás una circunferencia que pasa por ambos puntos, donde el segmento que une ambos puntos no sea un diámetro de la circunferencia.

https://www.geogebra.org/classic/cwtqgve5



3) Dados tres puntos, construye con regla y compás una circunferencia que pasa por los tres puntos.

https://www.geogebra.org/classic/cwtqgve5







4) ¿Qué características distinguen a las 3 situaciones anteriores? y ¿Qué estrategias usaron y qué características tienen las mismas? Enunciar rápidamente que tipo de saberes se puede abordar a partir de estas situaciones.

#### PUESTA EN COMÚN 2 SECUNDARIA

Cuando hablamos de validación, estamos pensando en que un alumno es capaz de argumentar, de fundamentar sus conclusiones, de considerar los fundamentos de sus compañeros para aceptarlo o rechazarlos, de hacer un esfuerzo para entender la demostración de otro, y de intentar proponer una.

Para que los alumnos entren en un trabajo argumentativo, habrá que ofrecerles situaciones didácticas que les muestran la insuficiencia de lo experimental como criterio de validación. Lo importante de este tipo de propuestas es que permiten que aparezca lo deductivo por sobre lo experimental, aunque lo experimental forme parte de un primer momento del trabajo exploratorio.

Esto nos permite resumir que para que una situación sea un problema geométrico, es necesario que:

- Implique un cierto nivel de dificultad, presente un desafío, tenga algo de novedad para los alumnos.
- Exija usar los conocimientos previos, pero que estos no sean totalmente suficientes.
- Para resolverlo, se deben poner en juego las propiedades de los objetos geométricos.
- El problema pone en interacción al alumno con objetos que ya no pertenecen al espacio físico sino a un espacio conceptualizado representado por las figuras-cuerpos.
- En la resolución del problema, los dibujos no permiten arribar a la respuesta por simple constatación sensorial.
- La validación de la respuesta dada al problema -es decir, la decisión autónoma del alumno acerca de la verdad o falsedad de la respuesta- no se establezca empíricamente, sino que se apoye en las propiedades de los objetos geométricos; aunque en algunas instancias exploratorias, se puedan aceptar otros modos de corroborar.
- Las argumentaciones a partir de las propiedades conocidas de los cuerpos y figuras produzcan un nuevo conocimiento acerca de estos últimos.

Sessa, C. (1998) "Acerca de la enseñanza de la geometría", en Matemática, temas de su didáctica. Bs. aS. Conicet

Para que los alumnos puedan profundizar sus conocimientos geométricos, es decir para que puedan avanzar en el análisis de las propiedades de las figuras, será necesario que el conocimiento geométrico se elabore a partir de la resolución de problemas que los estudiantes enfrenten. Es importante superar la idea de que los dibujos muestran relaciones que los alumnos deben construir. Aquello que el dibujo muestra (o mejor dicho lo que un sujeto es capaz de ver en el dibujo) será en función de los conocimientos que se posean con relación al objeto que ese dibujo representa.

(Es importante no confundir **dibujo** con **figura**. El primero designa concretamente un trazado sobre un papel que se parece a una determinada forma geométrica a la cual se intenta representar. En cambio, lo segundo designa a un objeto geométrico, un objeto ideal de la matemática, puramente conceptual, que no tiene existencia física).

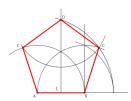
El problema geométrico es cómo hacer para que los alumnos se apropien de lo que no se ve: no se ve que los cuatro lados de un cuadrado tienen la misma medida, tampoco que sus cuatro ángulos miden 90° y mucho menos que sus diagonales se cortan perpendicularmente en el punto medio y que son congruentes.

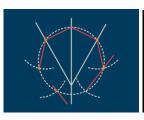


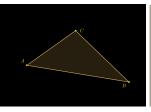


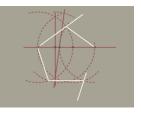
Proponer algunos problemas que buscan establecer **relaciones entre el trabajo geométrico y el trabajo algebraico.** En este punto se prioriza el vínculo entre las construcciones geométricas y los recursos algebraicos que aparecen y son necesarios en función de intentar explicar y dar cuenta de la validez de las construcciones realizadas. A su vez, ciertas expresiones algebraicas ayudan a anticipar las condiciones de los dibujos que se pueden obtener.

La intención es mostrar la posibilidad de conjugar estas diferentes modalidades y ponerlas todas al servicio de un trabajo más organizado, planificado y secuenciado.









Es importante entender las posibilidades y habilidades que el alumno logra, cuando conecta entes geométricos, reconoce patrones desde lo visual. La habilidad de abstraer un elemento concreto y compararlo con un ente geométrico, los grados de libertad en el movimiento, rotación y traslación ayudan a entender esas propiedades que permanecen invariantes. También está implícita, la habilidad de entender lo temporal en la construcción, como el alumno en la construcción no se sumerge en el recorrido o viaje del lápiz, con las reglas que la geometría propone para tan recorrido.

Está demás decir que la posibilidad de visualizar un concepto una relación, hace más fácil y aprehensible dicho conocimiento, en ese sentido, internalizarnos en un problema geométrico nos ayuda a revelar propiedades y relaciones obvias y otras no tan obvias. simétricas, distancias congruentes, propiedades invariantes bajo traslación y rotación. Etc. Las investigaciones sobre el proceso de construcción del pensamiento geométrico parecen indicar, no obstante, que este sigue una evolución muy lenta desde unas formas intuitivas iniciales de pensamiento, hasta las formas deductivas finales, y que éstas corresponden a niveles escolares bastante más avanzados que los que estamos considerando aquí. Los objetos geométricos básicos (punto, línea y superficie, paralelismo, ángulo, etc), son nociones aparentemente muy elementales, pero que en realidad son muy complejas, por su elevado nivel de abstracción, ejemplo la idea de recta infinita, aparece como producción deductiva de la mente a partir de haber hecho quizás un segmento de unos pocos centímetros.

Estamos de acuerdo que cada vez que se intenta formalizar un saber, aparecen las dificultades, la validación, la argumentación como pilares fundamentales para tal formalización., pero tal recorrido que va desde lo empírico hasta la abstracción de un concepto no va a ocurrir sino enfrentamos al alumno con tales desafíos, estará en nosotros hacer una selección y/o modificación adecuada de situaciones que pongan al alumno/a en conflicto y lo provoquen en esa búsqueda.

### Cuarto momento: Que aprendimos hoy: (10 min)

Los invitamos a que, a través del chat, nos comenten qué les quedó del encuentro de hoy, si lograron reflexionar o repensar sus propias clases de geometría.





Quinto momento: Actividades y acuerdos para el próximo encuentro (5 min)

